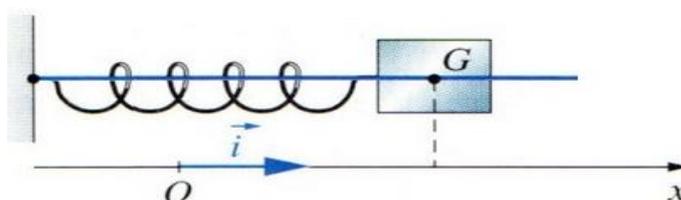


Mécanique Forcé - Analogie avec Electricité forcée

Exercice N° - 1 -

Un oscillateur mécanique, formé d'un solide **S** de masse **m = 40 g** accroché à l'extrémité d'un ressort horizontal de raideur **K**, est excité par une force sinusoïdale $\vec{F} = F_m \cdot \sin(\omega_e t + \varphi_e) \vec{i}$ de pulsation ω_e variable et d'amplitude constante $F_m = 3 \text{ N}$.



Au cours de son mouvement, le solide **S** subit l'action d'une force de frottement $\vec{f} = -h \cdot \vec{v}$ tel que **h** est une constante positive et \vec{v} la vitesse du solide **S**. la position **G₀** lorsque **S** est en équilibre coïncide avec l'origine **O** du repère **(O, i)**.

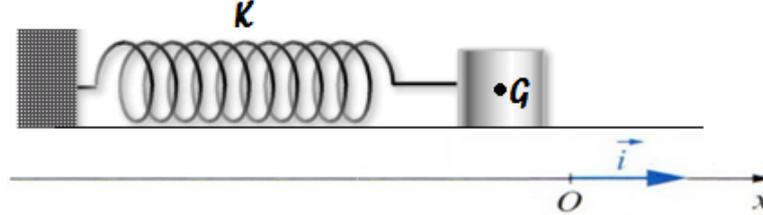
- 1) Sachant que **S** effectue des oscillations forcées d'élongations $x(t) = X_m \cdot \sin(\omega_e t)$ et de vitesse $v(t) = V_m \cdot \sin(\omega_e t + \varphi_v)$
 - a- Etablir l'équation différentielle reliant **x** à ses dérivées première et seconde.
 - b- Quelle est l'expression de la pulsation propre ω_0 de cet oscillateur ?
 - c- En exploitant la construction vectorielle de Fresnel correspondante à l'équation différentielle dans le cas où $\omega_e < \omega_0$, déterminer les expressions littérales donnant X_m et $\text{tg}(\varphi_e - \varphi_x)$ en fonction de **K, F_m, h, m** et ω_e .
- 2) On fait varier la pulsation ω_e de la force excitatrice et on suit simultanément les variations de X_m et de V_m , on constate que pour $\omega_{e1} = 42,4 \text{ rd.s}^{-1}$ on a résonance d'amplitude et pour $\omega_{e2} = 50 \text{ rd.s}^{-1}$ on a résonance de vitesse.
 - a- Montrer qu'à la résonance d'amplitude $\omega_e^2 = \omega_0^2 - \frac{h^2}{2m^2}$.
 - b- Calculer les valeurs de **K, h, φ_e , et V_m** . En déduire celle de X_m .
 - c- Ecrire l'expression de $x(t)$. En déduire celle de $v(t)$.
 - d- Faire la construction de Fresnel correspondante.
- 3)
 - a- Donner l'expression de $\text{tg}(\varphi_e - \varphi_v)$ en fonction de **m, K** et **h**.
 - b- Montrer que si $(\varphi_e - \varphi_v) = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$, ω_e vérifie la relation $m\omega_e^2 + h\omega_e - K = 0$.
 - c- En déduire la ou les valeurs de ω_e , qui réalise (réalisent) ce déphasage.

Exercice N° - 2 -

I-

Un oscillateur mécanique comporte un solide **S** de masse **m = 10 g** et un ressort de masse négligeable et de raideur **K**. le solide **S** est soumis à une force de frottement de type visqueux $\vec{f} = -h \cdot \vec{v}$ ou **h** est une constante positive et \vec{v} la vitesse du solide **S**.

On écarte le solide **S** de sa position d'équilibre d'une distance **x₀** et on le libère sans vitesse initiale.



- 1) Montrer que l'équation différentielle vérifiée par l'élongation **x(t)** du centre d'inertie **G** du solide est : $m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + Kx = 0$.
- 2)
 - a- Ecrire l'expression de son énergie mécanique à un instant **t** quelconque.
 - b- Montrer que cette énergie diminue au cours du temps.

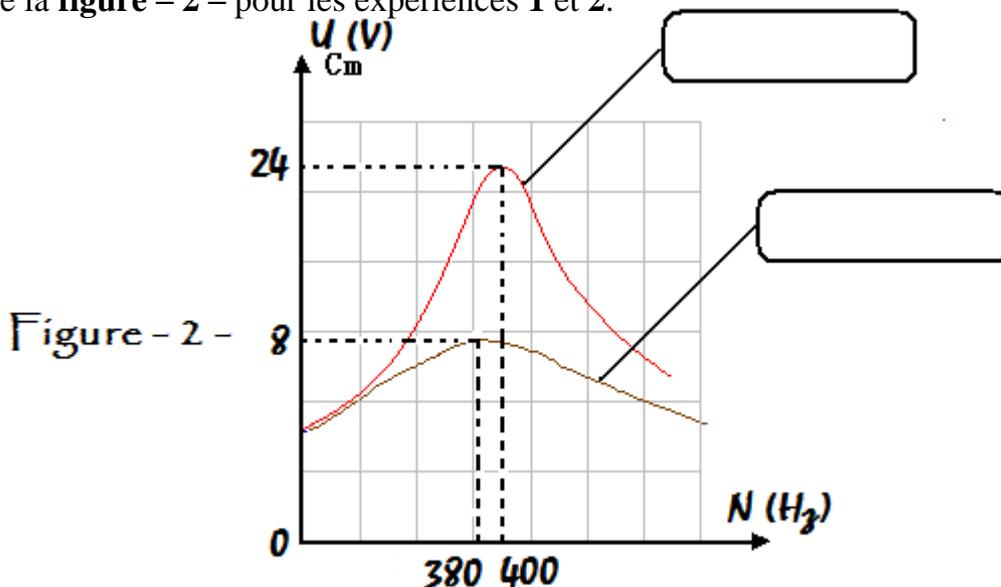
II-

Le solide **S** est maintenant soumis à une force excitatrice $\vec{F} = F_m \cdot \sin(\omega_e t + \varphi_e) \vec{i}$, l'équation différentielle vérifiée par l'élongation devient alors :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + Kx = F(t)$$

La solution de cette équation est $x(t) = X_m \cdot \sin(\omega_e t + \varphi_e)$ avec $X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 \omega_e^2 + (K - m\omega_e^2)^2}}$

- 1)
 - a- Donner le circuit électrique analogue à cet oscillateur mécanique.
 - b- Ecrire, par analogie avec la mécanique, l'équation différentielle mettant en jeu la charge **q** du condensateur du circuit électrique précédent.
 - c- Justifier, pourquoi on qualifie les oscillations électriques de la charge **q(t)** du condensateur de « **forcées** ».
 - d- Ecrire par analogie l'expression de la charge maximale du condensateur.
- 2) L'étude d'un dipôle **RLC** en régime sinusoïdal d'oscillations forcées, permet de tracer les graphes de la **figure - 2** - pour les expériences 1 et 2.



a- Indiquer, en le justifiant, si la tension maximale U_{Cmax} aux bornes du condensateur atteint sa valeur la plus grande possible à la résonance de charge ou à la résonance d'intensité ?

b- Compléter la légende grisée de la **figure -2-** par l'une des expressions de la liste suivantes :

Résonance d'élongation – résonance floue – résonance d'intensité – résonance aigue –
réponse linéaire – résonance de charge.

c- Marquer la position approximative de la fréquence propre N_0 de l'oscillateur sur l'axe des abscisses de la **figure – 2 -**.

d- Pour passer de **l'expérience 1** à **l'expérience 2**, quel composant faut – il modifier sa valeur ? Faut – il augmenter ou diminuer cette valeur ?

e- La puissance électrique moyenne consommée par le dipôle **RLC** lorsque **N = 400 Hz** est **P = 80 mW**.

→ Calculer la valeur de la résistance **R**. la capacité du condensateur étant **C = 1 μF**.

On rappelle qu'en régime sinusoïdal forcé, la puissance moyenne d'un pendule élastique est donnée par la relation $P = \frac{1}{2} h V_m^2$ ou V_m est l'amplitude de la vitesse du centre d'inertie du solide.